Harmonic Vibration of (FODS)system

مسألة 1 :

تتحرك مركبة على طول طريق مرتفع متعدد المجازات مسنود كل 100 قدم .نتيجةً للسيلان طويل الأمد حدث سهم في منتصف كل مجاز بمقدار 6 انش كما هو موضح بالشكل (1,a) .

يمكن تمثيل مقطع الطريق كمنحني تابع جيبي بمطال 3 انش، ودور 100 قدم .

الجملة وحيدة درجة الحرية المبينة بالشكل (1,b)هي نمذجة مبسطة للمركبة مناسبة (تقريب أولي) لدراسة جودة جلوس الراكب ضمن المركبة.

وزن المركبة وهي ممتلئة *4kips* .

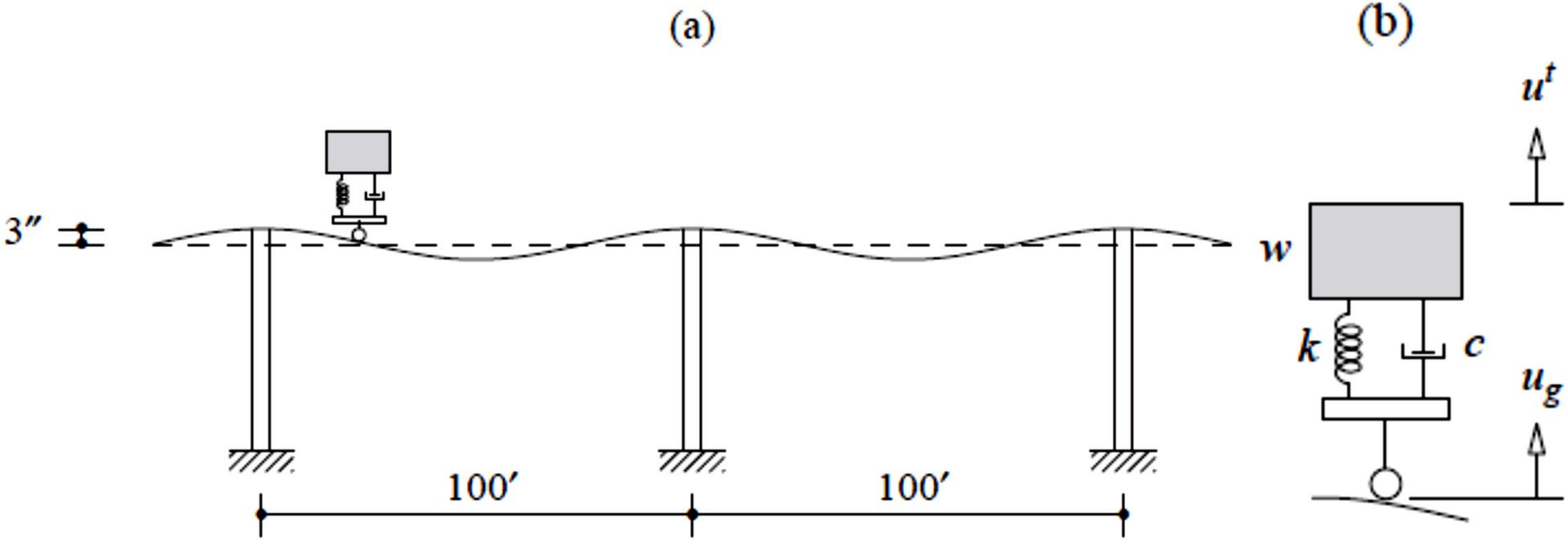
قساوة جملة استناد المركبة *800lb/in*, ومعامل التخميد اللزج يسبب نسبة تخامد للجملة تساوي 40% .

<u>والمطلوب حساب كلاً مما يلي:</u>

1)- المطال u_0^t للحركة الشاقولية $u^t(t)$ عندما تسير المركبة بسرعة 40 متر في الساعة .

2)- سرعة المركبة التي تؤدي لحادثة الطنين من أجل u_0^t

Eng. Suzan Haj Suliman



Fig(*1,a,b*)

Eng. Suzan Haj Suliman

الناقلية TR (Transmissibility)

$$TR = \frac{(f_T)_o}{p_o} = \left[\frac{1+(2\zeta\beta)^2}{(1-\beta^2)^2+(2\zeta\beta)^2}\right]^{1/2}$$

$$TR = \frac{u_o^t}{u_{go}} = \left[\frac{1+(2\zeta\beta)^2}{(1-\beta^2)^2+(2\zeta\beta)^2}\right]^{1/2}$$

$$f_T = f_S + f_D$$

$$TR = \frac{\ddot{u}_o^t}{\ddot{u}_{go}} = \left[\frac{1+(2\zeta\beta)^2}{(1-\beta^2)^2+(2\zeta\beta)^2}\right]^{1/2}$$

الانتقال الكلي المنقول للكتلة $u^t(t) = u_g(t) + u(t)$

التسارع الأعظمي المنقول للكتلة

الانتقال الأعظمي الكلي المنقول للكتلة

القوة الأعظمية المنقولة للأساس

$$TR = \frac{(f_T)_o}{p_o}$$

$$TR = \frac{u_o^t}{u_{go}}$$

$$TR = \frac{\ddot{u}_o^t}{\ddot{u}_{go}}$$

سعة القوة المطبقة

سعة الحركة الأرضية

سعة التسارع الأرضي

الحل :

1)- ايجاد المطال u_0^t للحركة الشاقولية $u^t(t)$ عندما تسير المركبة بسرعة 40 متر في الساعة .

- بافتراض أن الإطارات لامتناهية الصلابة وتبقى على تماس مع الطريق، يمكن أن تنمذج المسألة كما هو مبين في الشكل **(1,b)** .

- فيكون الانتقال الشاقولي للإطارات $u_g(t) = u_{go}\sin\omega t$ حيث $u_{go} = 3in$.

والتواتر القسري $\omega = 2\pi/T$

والدور القسري $T = L/v$ (الزمن الذي تستغرقه الآلية لاجتياز فتحة واحدة)

فيكون $\omega = 2\pi v/L$.

$$v = 40mph = 58.67\ ft/\sec \qquad \omega = \frac{2\pi(58.67)}{100} = 3.686\ rad/sec$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{800}{4000/386}} = 8.786\ rad/\sec \qquad \frac{\omega}{\omega_n} = 0.420$$

بالتعويض بالمعادلة

$$\mathrm{TR} = \frac{u_o^t}{u_{go}} = \left\{\frac{1 + [2\zeta(\omega/\omega_n)]^2}{[1-(\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\zeta(\omega/\omega_n)]^2}\right\}^{1/2} \quad *$$

$$\frac{u_0^t}{u_{go}} = \left\{\frac{1+[2(0.4)(0.420)]^2}{[1-(0.420)^2]^2+[2(0.4)(0.420)]^2}\right\}^{1/2} = 1.186$$ نحصل على

$$u_0^t = 1.186\, u_{go} = 1.186(3) = 3.56\, in$$

2)- تحديد سرعة المركبة التي تؤدي لحادثة الطنين من أجل u_0^t

- يحدث الطنين عندما $\boldsymbol{\omega/\omega_n = 1}$ إذا كانت **ξ صغيرة $(\xi \le 0.2)$**.
- إلا أن المركبة تمتلك تخميد كبير لتخفيض الاهتزاز(**$\xi = 0.4$**),وفي هذه الحالة يحدث الطنين عند تواتر يختلف كثيراً عن التواتر الطبيعي للجملة ω_n .

من تعريف الطنين, نستنتج أن الطنين يحدث عندما تكون الناقلية عظمى .

أي عندما تكون قيمة TR أو TR^2 أعظمية من أجل جميع قيم ω . بتعويض $\xi = 0.4$ بالمعادلة (*) واستبدال $\beta = \omega/\omega_n$ نحصل على

$$\mathrm{TR}^2 = \frac{1+0.64\beta^2}{(1-2\beta^2+\beta^4)+0.64\beta^2} = \frac{1+0.64\beta^2}{\beta^4-1.36\beta^2+1}$$

$$\frac{d(TR)^2}{d\beta} = 0 \Rightarrow \frac{0.64*2\beta(1-1.36\beta^2+\beta^4)-(1.36*2\beta+4\beta^3)(1+0.64\beta^2)}{(1-1.36\beta^2+\beta^4)^2} = 0$$

Eng. Suzan Haj Suliman

Eng. Suzan Haj Suliman

$$1.28\beta^5 - 1.7408\beta^3 + 1.28\beta - 4\beta^3 + 2.72\beta - 2.56\beta^5 + 1.7408\beta^3 = 0$$

$$\Rightarrow -1.28\beta^5 - 4\beta^3 + 4\beta = 0 \Rightarrow \qquad \beta^2 = -3.922 \quad not\ ok$$

$$\beta^2 = 0.7968 \quad ok$$

$$\beta = 0.8926 \Rightarrow \omega = 0.8926\omega_n = 0.8926(8.786) = 7.843\,rad/sec$$

يحدث الطنين عند التواتر القسري $\omega = 7.843\,rad/sec$ فتكون سرعة السيارة الموافقة لحادثة الطنين

$$v = \frac{\omega L}{2\pi} = \frac{(7.843)100}{2\pi} = 124.9\frac{ft}{sec} = 85mph$$

مسألة 2 :

أعد حل الطلب الأول باعتبار المركبة فارغة (تحمل السائق فقط) بوزن اجمالي 3kips

أي احسب المطال u_0^t للحركة الشاقولية $u^t(t)$ عندما تسير المركبة الفارغة بسرعة 40 متر في الساعة .

الحل :

إن معامل التخميد لن يتغير ولكن الكتلة هي التي ستتغير مما سيؤدي لتغير نسبة التخامد وبالتالي يجب اعادة حسابها بتأثير تغير الكتلة m عندما تكون المركبة فارغة

$$c = 2\zeta_f\sqrt{km_f} = 2\zeta_e\sqrt{km_e}$$

حيث إن الرمزين f و e يشيران إلى المركبة ممتلئة (full) أو فارغة (empty)

$$\zeta_e = \zeta_f \left(\frac{m_f}{m_e}\right)^{1/2} = 0.4 \left(\frac{4}{3}\right)^{1/2} = 0.462$$

عندما تكون المركبة فارغة (empty)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{800}{3000/386}} = 10.15 \text{ rad/sec}$$

$$\frac{\omega}{\omega_n} = \frac{3.686}{10.15} = 0.363$$

بتعويض $\xi_e = 0.462$ بالمعادلة (*) واستبدال $\beta = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{3.686}{10.15}$ نحصل على

$$\frac{u_o^t}{u_{go}} = \left\{\frac{1 + [2(0.462)(0.363)]^2}{[1 - (0.363)^2]^2 + [2(0.462)(0.363)]^2}\right\}^{1/2} = 1.133$$

$$u_o^t = 1.133 u_{go} = 1.133(3) = 3.40 \text{ in.}$$

مسألة 3 :

محرك مثبت في منتصف جائز بسيط وزن المحرك W=16000 Lb ، مقطع الجائز فولاذي عطالته $I=128.4\ in^4$، مجاز الجائز L=12 ft ، يدور المحرك بسرعة قدرها 300 rpm ،وزن الكتلة الدوارة W'=40 Lb تبعد عن مركز الثقل بذراع $e_{\circ} = 10\ in$ والمطلوب :
أوجد سعة الاستجابة المستقرة إذا كانت نسبة التخامد $\xi = 10\%$ ؟

$$g = 386\ Lb/in^2 \text{ ، } E = 30 * 10^6 Lb/in^2$$

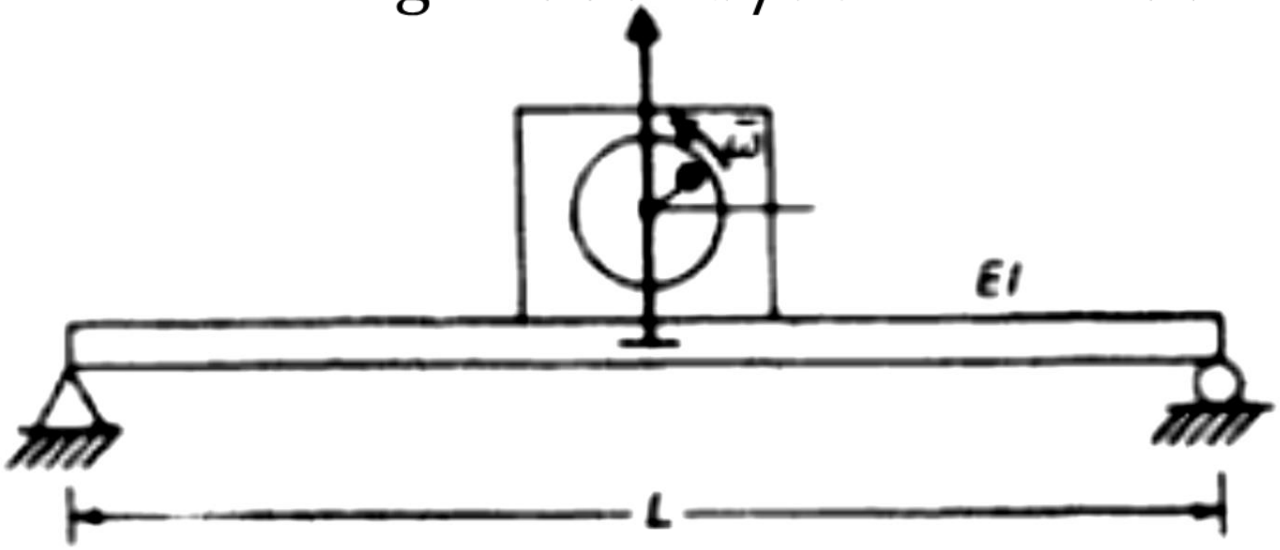
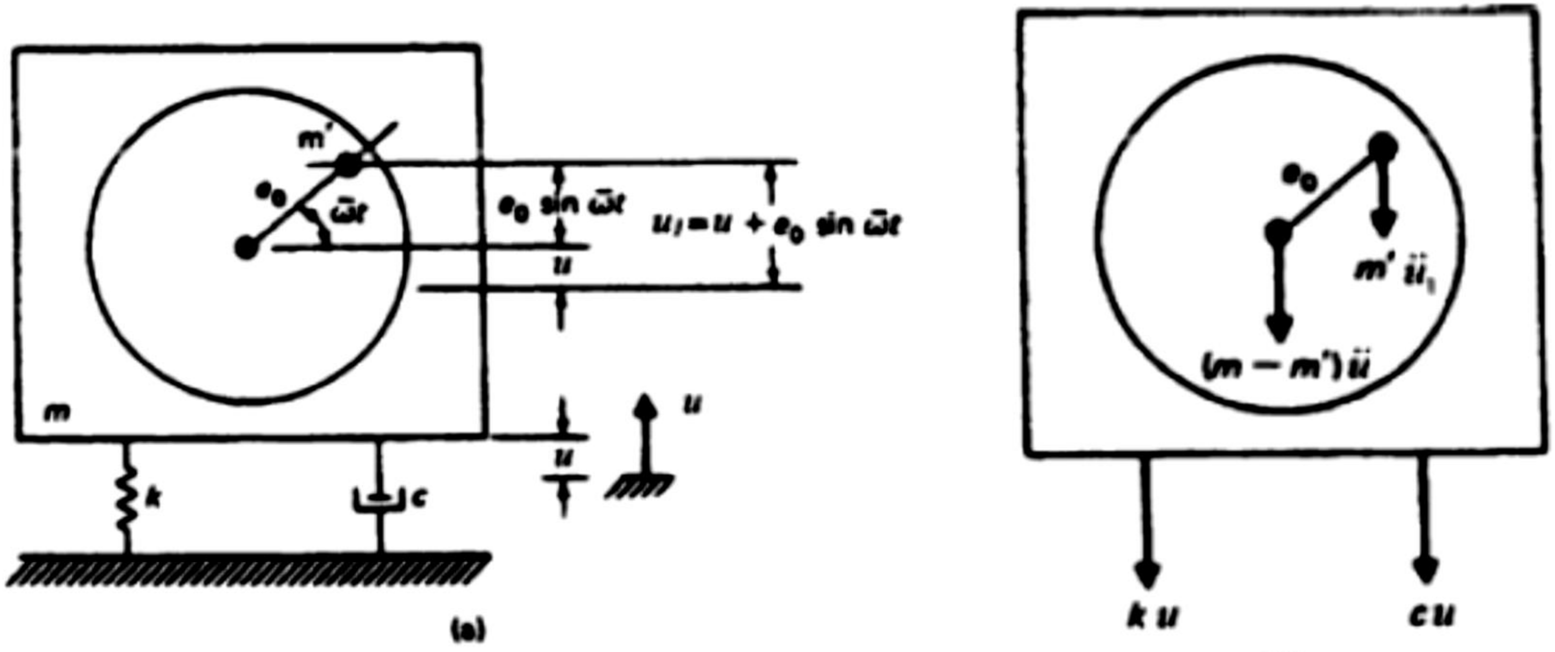


Diagram for beam-machine system

الحل :

This dynamic system may be modeled by the damped oscillator. The distributed mass of the beam will be neglected in comparison with the large mass of the



(a) Analytical model

Eng. Suzan Haj Suliman

The force at the center of a simply supported beam necessary to deflect this point one unit (i.e., the stiffness coefficient) is given by the formula

$$k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48 \times 30 \times 10^6 \times 128.4}{(144)^3} = 61{,}920 \quad \text{lb/in}$$

The natural frequency of the system (neglecting the mass of the beam) is

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{61{,}920}{16{,}000/386}} = 38.65 \text{ rad/sec},$$

The forced frequency is $$\bar{\omega} = \frac{300 \times 2\pi}{60} = 31.41 \text{ rad/sec}$$

and the frequency ratio $$r = \frac{\bar{\omega}}{\omega} = \frac{31.41}{38.65} = 0.813$$

Eng. Suzan Haj Suliman

if u is the vertical displacement from the equilibrium position

of the non-rotating mass $(m - m')$, the displacement u_1 of the eccentric mass m'

$$u_1 = u + e_0 \sin \overline{\omega} t$$

The equation of motion

$$(m - m')\ddot{u} + m'\ddot{u}_1 + c\dot{u} + ku = 0$$

$$(m - m')\ddot{u} + m'(\ddot{u} - e_0\overline{\omega}^2 \sin \overline{\omega} t) + c\dot{u} + ku = 0$$ in which $m' = W'/g$ is the eccentric mass.

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = m' e_0 \overline{\omega}^2 \sin \overline{\omega} t$$

This last equation is of the same form as the equation of motion damped oscillator excited harmonically by a force of amplitude

$$F_0 = m' e_0 \overline{\omega}^2$$

Eng. Suzan Haj Suliman

$$F_0 = (40)(10)(31.41)^2 / 386 = 1022 \text{ lb}$$

the amplitude of the steady-state resulting motion is then

$$U = \frac{1022 / 61{,}920}{\sqrt{\left(1 - 0.813^2\right)^2 + \left(2 \times 0.813 \times 0.1\right)^2}}$$

$$U = 0.044 \text{ in}$$

مسألة 4 :

تتعرض أساسات الإطار المبين بالشكل إلى اهتزازات أرضية ناتجة عن مرور قطار بجانبه يمكن افتراض هذه الهزات توافقية بدلالة sin ذو تسارع 0.22g وتواتر قدره $\omega=2.6\ rad/sec$. باعتبار الشروط الابتدائية، $y_0=5cm$ و $v_0=0$، المطلوب:

أ. أوجد حركة الجائز بالنسبة للأساس في حالتي $\xi=0$, $\xi=20\%$،

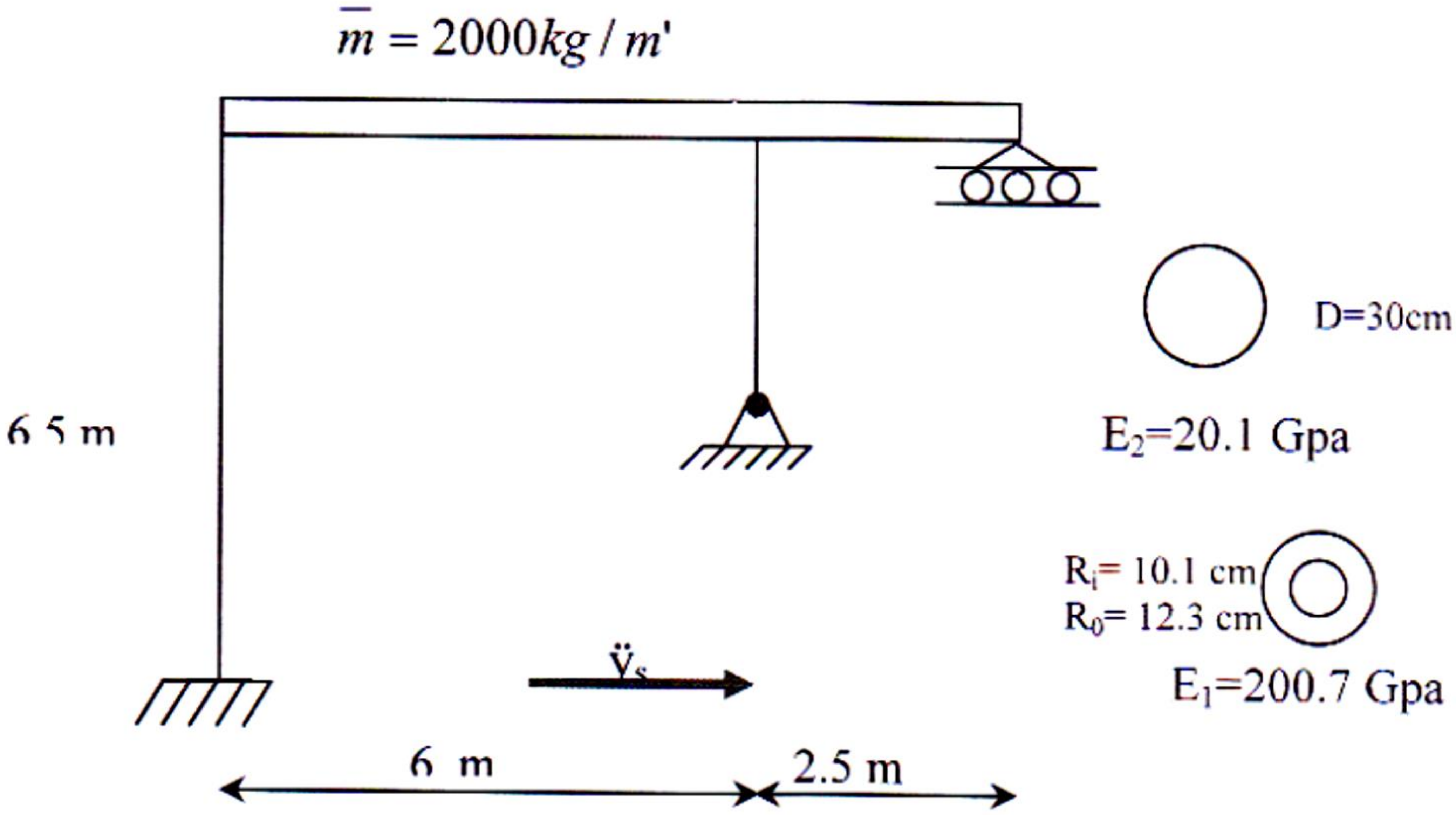
ب. أوجد الناقلية،

ج. أوجد إجهادات القصّ الأعظمية في كل عمود، ثم قارن القيم الناتجة لحـــالتي التخامد،

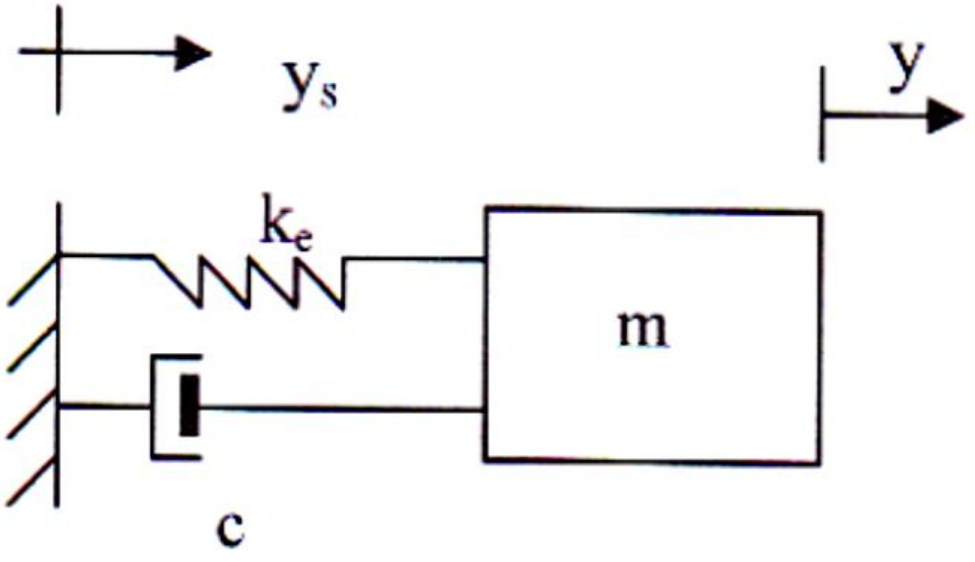
د. أوجد إجهاد الانعطاف الأعظمي في كل عمود.

Eng. Suzan Haj Suliman

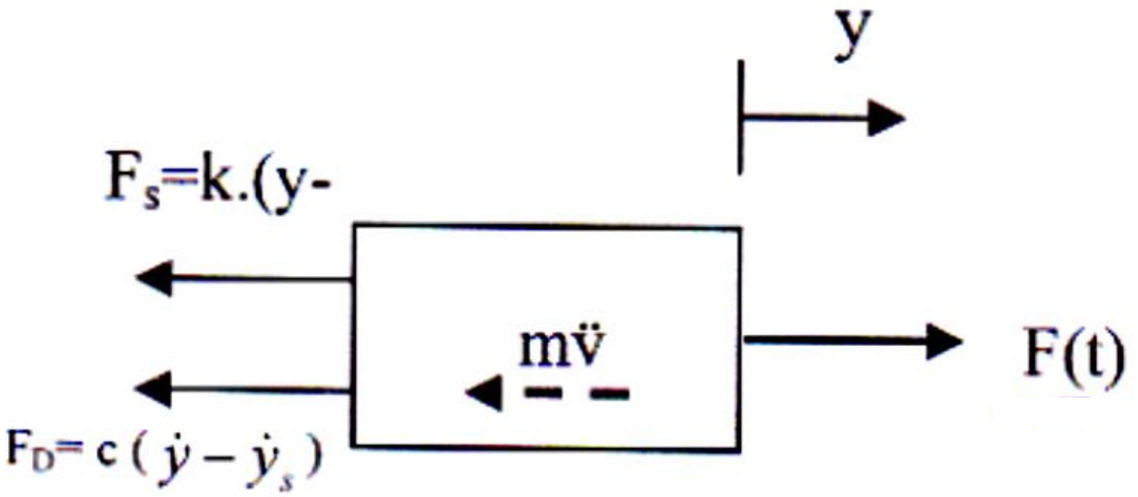
Eng. Suzan Haj Suliman



الحل:



النموذج الرياضي



مخطط الجسم الحرّ

$$I_1 = \frac{\pi}{4}(0.123^4 - 0.101^4) = 9.8 \times 10^{-5}\ m^4$$

$$k_1 = \frac{12E_1 I_1}{h_1^{\ 3}} = \frac{12 \times 200.7 \times 10^9 \times 9.8 \times 10^{-5}}{6.5^3} = 8.6 \times 10^5\ N/m'$$

Eng. Suzan Haj Suliman

$$I_2 = \frac{\pi}{4} \times 0.15^4 = 39.76 \times 10^{-5}\ m^4$$

$$k_2 = \frac{3E_2 I_2}{h_2^{\ 3}} = \frac{3 \times 20.1 \times 10^9 \times 39.76 \times 10^{-5}}{4^3} = 3.75 \times 10^5\ N/m'$$

$$k_e = k_1 + k_2 = 12.34 X 10^5\ N/m'$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k_e}{m}} = \sqrt{\frac{12.34 \times 10^5}{2000 \times 8.5}} = 8.52\,rad/\sec \Rightarrow T = 0.737\sec$$

$$\omega_D = \omega\sqrt{1-\xi^2} = 8.35\,rad/\sec \Rightarrow T_D = 0.753\sec$$

$$\ddot{y}_s(t) = 0.22g\ \sin\ 2.6t$$

$$F_0 = -m.\ddot{y}_s = -2000X8.5X0.22X9.81 = -36689.4\ N$$

$$r = \frac{\varpi}{\omega} = \frac{2.6}{8.52} = 0.305$$

$$y_{st} = \frac{F_0}{k} = -0.0297\,m$$

حلّ معادلة الحركة: نعتبر $y \approx u$ أي انتقال نسبي:

$$y(t)=A\cos\omega t + B\sin\omega t + y\sin(\bar{\omega} t+\beta+\theta)$$

- حالة $\xi=0$:

$$A = y_0 + \frac{F_0\sin(\beta-\theta)}{k\sqrt{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}}$$

$$B = \frac{1}{\omega_D}\left(v_0 + \xi\omega A - \frac{F_0\sin(\beta-\theta)}{k\sqrt{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}}\right)$$

$$y = \frac{y_{st}}{1-r^2} = \frac{-0.0297}{1-0.305^2} = -0.0327m$$

$$\tan\theta = \frac{2\xi r}{1-r^2} \Rightarrow \theta = 0\,rad$$

$$\tan\beta = 2\xi r \Rightarrow \beta = 0\,rad$$

Eng. Suzan Haj Suliman

$$A = 0.05 + (0.0297 \times \frac{\sin 0}{1 - 0.305^2}) \Rightarrow A = 0.05m$$

$$B = \frac{1}{8.52}(0.0297 \times \frac{2.6}{1 - 0.305^2}) \Rightarrow B = 0.01m$$

$$y(t) = 0.05\cos(8.52t) + 0.01\sin(8.52t) - 0.0327\sin(2.6t)$$

t(sec)	0	0.0737	0.1474	0.0011	0.2948
y(t)m	0.05	0.0401	0.0128	-0.0237	-0.0572

t(sec)	0.3685	0.4422	0.5159	0.5896	0.6633	0.737
y(t)m	-0.077	-0.0762	-0.057	-0.0269	0.0021	0.0192

➔ $y_{max} = 0.077$ m

$$Tr = \frac{1}{1 - r^2} = \frac{1}{1 - 0.305^2} = 1.1026$$

Eng. Suzan Haj Suliman

- حالة $\xi=20\%$:

$$\tan\theta=\frac{2\xi r}{1-r^2}=\frac{2\times0.2\times0.305}{1-0.305^2}=0.1345\Rightarrow\theta=0.1337\,rad$$

$$\tan\beta=2\xi r=0.122\Rightarrow\beta=0.1214\,rad$$

$$A=0.05+0.0297\times\frac{\sin(0.1214-0.1337)}{\sqrt{(1-0.305^2)^2+(2\times0.2\times0.305)^2}}=0.0496m$$

$$B=\frac{1}{8.35}(0.2\times8.52\times0.0496+$$

$$0.0297*\frac{2.6\cos(0.1214-0.1337)}{\sqrt{(1-0.305^2)^2+(2\times0.2\times0.305)^2}})=0.02023m$$

Eng. Suzan Haj Suliman

حل معادلة الحركة:

$$y(t) = e^{-\xi\omega t}(A\cos\omega_D.t + B\sin\omega_D.t) + y\sin(\varpi t + \beta - \theta)$$

$$y = \frac{y_{st}}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = -0.0325\,m$$

$$y(t) = e^{-1.704t}(0.0496\cos(8.35t) + 0.02023\sin(8.35t)) - 0.0325\sin(2.6t - 0.0123)$$

t (sec)	0	0.0753	0.1506	0.2259	0.03012
y(t) m	0.05	0.0398	0.0147	-0.0151	-0.0396

t (sec)	0.3765	0.4518	0.5271	0.6024	0.6777	0.753
y(t) m	-0.0529	-0.0539	-0.0458	-0.034	-0.023	-0.0165

$\Rightarrow$ $y_{max} = 0.0539m$

$$Tr = \sqrt{\frac{1+(2\xi r)^2}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = \sqrt{\frac{1+(2\times0.2\times0.305)^2}{(1-0.305^2)^2 + (2\times0.2\times0.305)^2}} = 1.10083$$

بمقارنة قيمة الناقلية بين حالتي ξ:

$$\frac{1.1026-1.10083}{1.1026}\times 100=0.16\%$$

حساب الإجهادات الاعظميه للقص:

- حالة 0= ξ:

$V_{1max}=K_1.Y_{max}=8.6X10^5X0.077=66220\ N$

$V_{2max}=k_2.Y_{max}=3.75X10^5X0.077=28875\ N$

$S_{1max}=2/3((0.123)^3-(0.101)^3)=0.00055\ m^3$

$B_1=4.4\ cm=0.044\ m$

$$\tau_1=\frac{v_1.S_1}{I_1.b_1}=\frac{66220\times 0.00055}{9.8\times 10^{-5}\times 0.044}=8446428.6\,N/m^2=8.45\,Mpa$$

$S_{2max}=2/3(0.15)^3=0.00225\ m^3$

$B_2=0.3m$

$$\tau_2=\frac{v_2.S_2}{I_2.b_2}=\frac{28875\times 0.00225}{39.76\times 10^{-5}\times 0.3}=544674.3\,N/m^2=0.54\,Mpa$$

- حالة $\xi = 20\%$:

$$V_{1max} = K_1 . Y_{max} = 8.6 X 10^5 X 0.0539 = 46354\ N$$

$$V_{2max} = k_2 . Y_{max} = 3.75 X 10^5 X 0.0539 = 20212.5\ N$$

$$\tau_1 = \frac{v_1 . S_1}{I_1 . b_1} = \frac{46354 \times 0.00055}{9.8 \times 10^{-5} \times 0.044} = 5912500\ N/m^2 = 5.9\ Mpa$$

$$\tau_2 = \frac{v_2 . S_2}{I_2 . b_2} = \frac{20212.5 \times 0.00225}{39.76 \times 10^{-5} \times 0.3} = 381272.007\ N/m^2 = 0.38\ Mpa$$

بمقارنة قيم الإجهادات بين حالتي ξ نجد أن النسبة بين τ_1 بالحالتين هي ذاتها النسبة بين τ_2 بالحالتين وتساوي 30% أي:

$$\frac{8.45 - 5.9}{8.45} \times 100 = 30\%$$

$$\frac{0.54 - 0.38}{0.54} \times 100 = 29.6\%$$

حساب الإجهادات الناظمية (الانعطاف) الناتجة عن الحمل الديناميكي:

- حالة $\xi = 0$:

$$M_1 = v_1 \frac{h_1}{2} = 66220 \times \frac{6.5}{2} = 215215\, N.m$$

$$M_2 = v_1 h_2 = 28875 \times 4 = 115500\, N.m$$

$$\sigma_1 = \frac{M_1 . y_1}{I_1} + \frac{N_1}{A_1} = \frac{215215 \times 0.123}{9.8 \times 10^{-5}} + 0 = 270.12 \times 10^6\, N/m^2$$

$$\sigma_2 = \frac{M_2 . y_2}{I_2} + \frac{N_2}{A_2} = \frac{115500 \times 0.15}{39.76 \times 10^{-5}} + 0 = 43.6 \times 10^6\, N/m^2$$

Eng. Suzan Haj Suliman

○ حالة $\xi = 20\%$:

$$M_1 = v_1 \frac{h_1}{2} = 46354 \times \frac{6.5}{2} = 150650\ N.m$$

$$M_2 = v_1 h_2 = 20212.5 \times 4 = 80850\ N.m$$

$$\sigma_1 = \frac{M_1 . y_1}{I_1} + \frac{N_1}{A_1} = \frac{150650.5 \times 0.123}{9.8 \times 10^{-5}} + 0 = 189.1 \times 10^6\ N/m^2$$

$$\sigma_2 = \frac{M_2 . y_2}{I_2} + \frac{N_2}{A_2} = \frac{80850 \times 0.15}{39.76 \times 10^{-5}} + 0 = 30.5 \times 10^6\ N/m^2$$

بمقارنة قيم σ في الحالتين:

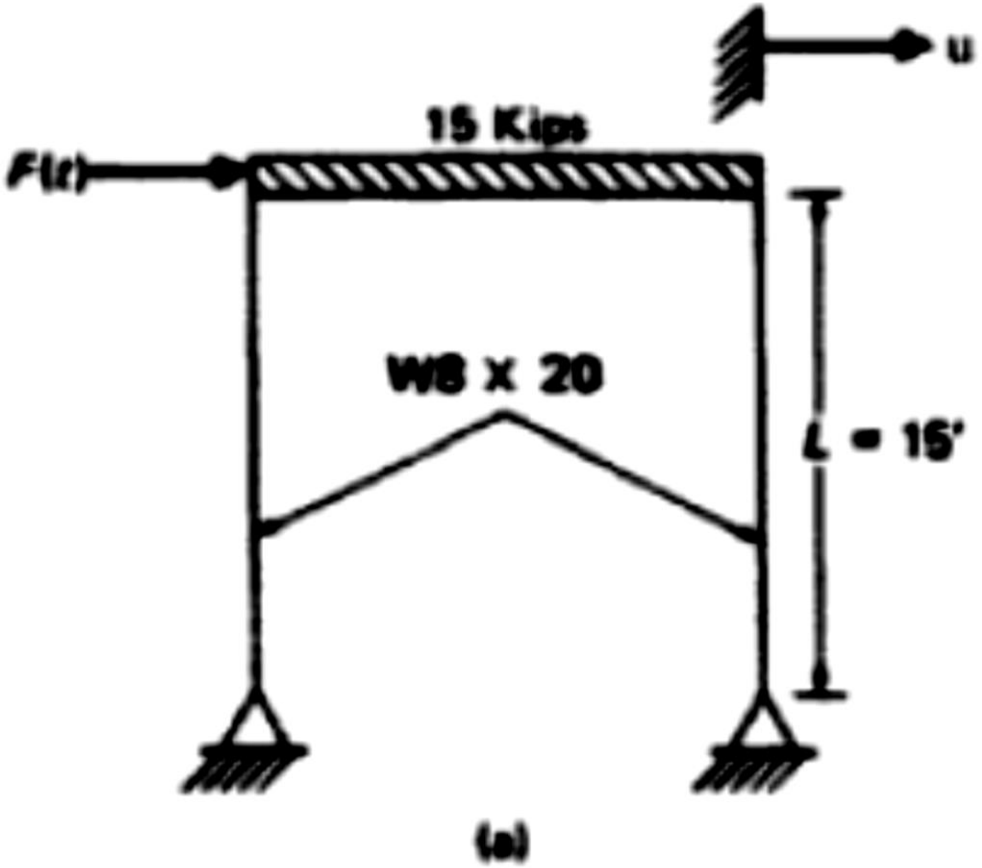
$$\sigma_1 = \frac{270.12 - 189.1}{270.12} \times 100 = 30\%$$

$$\sigma_2 = \frac{43.6 - 30.5}{43.6} \times 100 = 30\%$$

Eng. Suzan Haj Suliman

Homework No.(6)

The steel frame shown in Fig.3.7 supports a rotating machine that exerts a horizontal force at the girder level $F(t) = 200 \sin 5.3t$ lb. Assuming 5% of critical damping, determine: (a) the steady-state amplitude of vibration and (b) the maximum dynamic stress in the columns. Assume the girder is rigid.



$$k^{*} = \frac{3E(2I)}{L^3} = \frac{3 \times 30 \times 10^6 \times 2 \times 69.2}{(12 \times 15)^3} = 2136 \text{ lb/in}$$